

## 注意事項 2

問題冊子に数字の入った  $\square$  があります。それらの数字は解答用紙の解答欄の番号をあらわしています。対応する番号の解答欄の 0 から 9 までの数字または - (マイナスの符号) をマークしてください。

$\square$  が 2 個以上つながったとき、数は右詰めで入れ、左の余った空欄には 0 を入れてください。負の数の場合には、マイナスの符号を先頭の  $\square$  に入れてください。また、小数点以下がある場合には、左詰めで入れ、右の余った空欄には 0 を入れてください。

$$(例) \quad 12 \longrightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$-3 \longrightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline - & 0 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$1.4 \longrightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} . \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$-5 \longrightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline - & 0 & 5 \\ \hline \end{array} . \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

分数は約分した形で解答してください。マイナスの符号は分母には使えません。

$$(例) \quad \frac{4}{8} \longrightarrow \frac{1}{2} \longrightarrow \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 2 \\ \hline \end{array}}$$

$$-\frac{6}{9} \longrightarrow -\frac{2}{3} \longrightarrow \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline - & 2 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 3 \\ \hline \end{array}}$$

ルート記号の中は平方因子を含まない形で解答してください。

$$(例) \quad \sqrt{50} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 5 \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 2 \\ \hline \end{array}}$$

$$-\sqrt{24} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline - & 2 \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 6 \\ \hline \end{array}}$$

$$\sqrt{13} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline \end{array}}$$

$$-\frac{\sqrt{18}}{6} \longrightarrow \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline - & 1 \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 2 \\ \hline \end{array}}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 2 \\ \hline \end{array}}$$

数式については、つぎの例のようにしてください。分数式は約分した形で解答してください。

$$(例) \quad \sqrt{12a} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 2 \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 3 \\ \hline \end{array}} a$$

$$-a^2 - 5 \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline - & 1 \\ \hline \end{array} a^2 + \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array} a + \begin{array}{|c|c|} \hline - & 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{4a}{2a-2} \longrightarrow \frac{-2a}{1-a} \longrightarrow \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline - & 2 \\ \hline \end{array} a}{1 - \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array} a}$$

選択肢の番号を選ぶ問題では、最も適切な選択肢を 1 つだけ選んでください。また、同じ選択肢を複数回選んでもかまいません。

解答用紙の選択科目名に「数学」と記入し、選択科目マーク欄の数学をマークしてから解答してください。数学の解答は解答用紙の解答欄 (1)~(132) にマークしてください。

## 数学 I

(1)  $x, y$  を正の実数とするとき

$$27x + \frac{3x}{y^2} + \frac{2y}{x}$$

は、 $x = \frac{\boxed{(1)} \boxed{(2)}}{\boxed{(3)} \boxed{(4)}}$ ,  $y = \frac{\boxed{(5)} \boxed{(6)}}{\boxed{(7)} \boxed{(8)}}$  において最小値  $\boxed{(9)} \boxed{(10)}$  をとる。

(2) 実数  $x, y, z$  が

$$\begin{cases} x > 1, & y > 1, & z > 1 \\ \log_x y + \log_y x + \log_y z + 4 \log_z y \leq 6 \\ 4xz + 3x - 7y - 5z = -5 \end{cases}$$

を満たしているとき

$$x = \frac{\boxed{(11)} \boxed{(12)}}{\boxed{(13)} \boxed{(14)}}, \quad y = \frac{\boxed{(15)} \boxed{(16)}}{\boxed{(17)} \boxed{(18)}}, \quad z = \frac{\boxed{(19)} \boxed{(20)}}{\boxed{(21)} \boxed{(22)}}$$

である。

## 数学Ⅱ

$b_k$  を正の整数,  $b_{k-1}, \dots, b_1, b_0$  を負でない整数とする ( $k$  は負でない整数であり,  $k=0$  のときは正の整数  $b_0$  のみを考える). 正の整数  $n$  に対して,  $b_k, b_{k-1}, \dots, b_1, b_0$  が

$$2^k b_k + 2^{k-1} b_{k-1} + \dots + 2^2 b_2 + 2 b_1 + b_0 = \sum_{i=0}^k 2^i b_i = n$$

を満たすとき,  $\langle b_k, b_{k-1}, \dots, b_1, b_0 \rangle$  を  $n$  の 2 べき乗表現と呼ぶことにする. これは 2 進法による数の表現と似ているが, 2 進法の場合とは異なり,  $b_i$  ( $i=0, 1, \dots, k$ ) は 2 以上の値も取りうる. そのため  $n \geq 2$  において,  $n$  の 2 べき乗表現は 1 通りではない.

(1)  $n=3$  の 2 べき乗表現は,  $\langle 3 \rangle$  と  $\langle \boxed{(23)} \boxed{(24)} \rangle$  の 2 通りである.

(2)  $\langle 3, 2, 1 \rangle$  は  $n = \boxed{(25)} \boxed{(26)}$  の 2 べき乗表現である.

(3)  $m$  を正の整数とすると, 1 から  $m$  までの整数を順番に並べた  $\langle 1, 2, \dots, m \rangle$  は

$$2^{\left(m + \boxed{(27)} \boxed{(28)}\right)} + \boxed{(29)} \boxed{(30)} m + \boxed{(31)} \boxed{(32)}$$

の 2 べき乗表現である.

(4)  $n$  の 2 べき乗表現の個数を  $a_n$  とすると

$$a_4 = \boxed{(33)} \boxed{(34)}, \quad a_5 = \boxed{(35)} \boxed{(36)}, \quad a_6 = \boxed{(37)} \boxed{(38)}, \quad \dots, \quad a_{10} = \boxed{(39)} \boxed{(40)}, \quad \dots, \quad a_{20} = \boxed{(41)} \boxed{(42)}$$

である.

## 数学Ⅲ

四面体 ABCD において、 $|\overrightarrow{AB}| = 3$ ,  $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}| = 4$ ,  $|\overrightarrow{CD}| = 5$  であるとき

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (43) & (44) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (45) & (46) \\ \hline \end{array}}, \quad \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (47) & (48) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (49) & (50) \\ \hline \end{array}}, \quad \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = \begin{array}{|c|c|} \hline (51) & (52) \\ \hline \end{array}$$

である。ここで、頂点 D から  $\triangle ABC$  に下ろした垂線の足を H とすると、 $\overrightarrow{AH}$  は  $\overrightarrow{AB}$  と  $\overrightarrow{AC}$  を用いて

$$\overrightarrow{AH} = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (53) & (54) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (55) & (56) \\ \hline \end{array}} \overrightarrow{AB} + \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (57) & (58) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (59) & (60) \\ \hline \end{array}} \overrightarrow{AC}$$

とあらわすことができる。垂線 DH の長さは

$$\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (61) & (62) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (63) & (64) \\ \hline \end{array}} \sqrt{\begin{array}{|c|c|} \hline (65) & (66) \\ \hline \end{array}}$$

であるから、四面体 ABCD の体積は

$$\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (67) & (68) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (69) & (70) \\ \hline \end{array}} \sqrt{\begin{array}{|c|c|} \hline (71) & (72) \\ \hline \end{array}}$$

である。

## 数学Ⅳ

互いに直交する  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸をもつ座標空間を  $xyz$  空間と呼ぶ.

(1)  $xyz$  空間において, 不等式

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq |x|$$

が定める立体の体積は  $\frac{\begin{smallmatrix} (73) & (74) \end{smallmatrix}}{\begin{smallmatrix} (75) & (76) \end{smallmatrix}} \pi$  である. また, 原点を中心とする球面がこの立体と共有点をもつとき, 球面の半径の最大値は  $\begin{smallmatrix} (77) & (78) \end{smallmatrix}$  である.

(2)  $xyz$  空間において, 不等式

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq |x| + |y|$$

が定める立体の体積は  $\frac{\begin{smallmatrix} (79) & (80) \end{smallmatrix}}{\begin{smallmatrix} (81) & (82) \end{smallmatrix}} \pi$  である. また, 原点を中心とする球面がこの立体と共有点をもつとき, 球面の半径の最大値は  $\sqrt{\begin{smallmatrix} (83) & (84) \end{smallmatrix}}$  である.

(3)  $xyz$  空間において, 不等式

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq |x| + |y| + |z| - \frac{1}{4}$$

が定める立体の体積は  $\left( \begin{smallmatrix} (85) & (86) \end{smallmatrix} + \frac{\begin{smallmatrix} (87) & (88) \end{smallmatrix}}{\begin{smallmatrix} (89) & (90) \end{smallmatrix}} \sqrt{\begin{smallmatrix} (91) & (92) \end{smallmatrix}} \right) \pi$  である. また, 原点を中心と

する球面がこの立体と共有点をもつとき, 球面の半径の最大値は  $\frac{\begin{smallmatrix} (93) & (94) \end{smallmatrix}}{\begin{smallmatrix} (95) & (96) \end{smallmatrix}} \sqrt{\begin{smallmatrix} (97) & (98) \end{smallmatrix}} +$

$\frac{\begin{smallmatrix} (99) & (100) \end{smallmatrix}}{\begin{smallmatrix} (101) & (102) \end{smallmatrix}} \sqrt{\begin{smallmatrix} (103) & (104) \end{smallmatrix}}$  である (ただし,  $\begin{smallmatrix} (97) & (98) \end{smallmatrix} < \begin{smallmatrix} (103) & (104) \end{smallmatrix}$  とする).

## 数学V

(1) 6つの大学による野球の総当たり戦を考える．総当たり戦では，どの2つの大学も1試合ずつ対戦し，試合ごとに引き分けなしで勝敗が決定する．いま，各大学の実力は拮抗していて，勝敗の確率は  $\frac{1}{2}$

ずつとする．このとき，全勝する大学が存在する確率は  $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (105) & (106) \\ \hline (107) & (108) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (105) & (106) \\ \hline (107) & (108) \\ \hline \end{array}}$ ，全勝する大学と全敗する大学が両

方存在する確率は  $\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline (109) & (110) & (111) \\ \hline (112) & (113) & (114) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline (109) & (110) & (111) \\ \hline (112) & (113) & (114) \\ \hline \end{array}}$ ，どの大学も1試合は勝って1試合は負ける確率は  $\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline (115) & (116) & (117) \\ \hline (118) & (119) & (120) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline (115) & (116) & (117) \\ \hline (118) & (119) & (120) \\ \hline \end{array}}$  で

ある．

(2) 4つの大学による野球の総当たり戦を考える．総当たり戦では，どの2つの大学も1試合ずつ対戦し，試合ごとに引き分けなしで勝敗が決定する．いま，4つの大学のうちK大学の実力が他の3つの大学よりもまさっていて，K大学が他の大学に勝つ確率は  $\frac{3}{4}$ ，負ける確率は  $\frac{1}{4}$  とする．一方で，K大学以外の3つの大学の実力は拮抗していて，これらの大学同士の勝敗の確率は  $\frac{1}{2}$  ずつとする．この

とき，全勝する大学が存在する確率は  $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (121) & (122) \\ \hline (123) & (124) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (121) & (122) \\ \hline (123) & (124) \\ \hline \end{array}}$ ，全勝する大学と全敗する大学が両方存在する確率は

$\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (125) & (126) \\ \hline (127) & (128) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (125) & (126) \\ \hline (127) & (128) \\ \hline \end{array}}$ ，どの大学も1試合は勝って1試合は負ける確率は  $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline (129) & (130) \\ \hline (131) & (132) \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline (129) & (130) \\ \hline (131) & (132) \\ \hline \end{array}}$  である．